Filosofía exacta del espacio-tiempo

Tandar, 13/06/08

H. Vucetich

Facultad de Cs. Astronómicas y Geofísicas

Universidad Nacional de La Plata

Argentina

Introducción

Todas las disciplinas de la ciencia moderna toman como dadas las nociones de espacio y tiempo:

- Física: Movimiento de partículas.

Introducción

Todas las disciplinas de la ciencia moderna toman como dadas las nociones de espacio y tiempo:

- Física: Movimiento de partículas.
- Química: Flujo de reactivos.

Introducción

Todas las disciplinas de la ciencia moderna toman como dadas las nociones de espacio y tiempo:

- Física: Movimiento de partículas.
- Química: Flujo de reactivos.
- Ecología: Migración de poblaciones.

Introducción

Todas las disciplinas de la ciencia moderna toman como dadas las nociones de espacio y tiempo:

- Física: Movimiento de partículas.
- Química: Flujo de reactivos.
- Ecología: Migración de poblaciones.
- Sociología: Intercambios entre culturas.

Introducción (2)

- Pero: ¿Qué es el espacio-tiempo?

Introducción (2)

- Pero: ¿Qué es el espacio-tiempo?
- Hay dos respuestas realistas:

Introducción (2)

- Pero: ¿Qué es el espacio-tiempo?
- Hay dos respuestas realistas:
- Absolutista

Introducción (2)

- Pero: ¿Qué es el espacio-tiempo?
- Hay dos respuestas realistas:
- Absolutista
- Relacionalista

Newton

En las definiciones de los Principia Newton enunció la posición Absolutista:

- El tiempo absoluto, verdadero y matemático, en sí y por su propia naturaleza, fluye uniformemente, sin relación con cosa externa alguna.

Newton

En las definiciones de los Principia Newton enunció la posición Absolutista:

- El tiempo absoluto, verdadero y matemático, en sí y por su propia naturaleza, fluye uniformemente, sin relación con cosa externa alguna.
- El espacio absoluto, por su propia naturaleza, sin relación con cosa externa alguna, permanece siempre idéntico e inmóvil.

Newton (2)

Así, tal como lo son planetas y electrones, el espacio-tiempo sería una entidad física dotada de propiedades concretas.

Leibnitz

En su famosa disputa con Newton (por intermedio de S. Clarke) Leibnitz afirmó la posición relacionalista

> He dicho más de una vez que mantengo que el espacio es algo meramente relativo, como lo es el tiempo; que mantengo que es un orden de coexistentes, así como el tiempo es un orden de sucesiones.

Leibnitz (2)

Aquí, el espacio-tiempo es un complejo de relaciones entre cosas analizables en términos de relaciones más fundamentales.

Consejo

Ha habido varios intentos de analizar la naturaleza del espacio-tiempo tanto subjetivistas y fenomenológicos como objetivos y realistas, aunque

> ’Tis dangerous, when the baser nature comes
> Between the pass and fell incensed points
> Of mighty opposites.

SHAKESPEARE *Hamlet*, V, ii, 60

Ontología

- Hay objetos concretos x, llamados cosas. El conjunto de todas las cosas se denota Θ.

Ontología

- Hay objetos concretos x, llamados cosas. El conjunto de todas las cosas se denota Θ.
- Las cosas pueden yuxtaponerse $(\dot{+})$ y superponerse $(\dot{\times})$ para dar nuevas cosas. Yuxtaposición y superposición satisfacen la estructura de un álgebra de Boole.

Ontología

- Hay objetos concretos x, llamados cosas. El conjunto de todas las cosas se denota Θ.
- Las cosas pueden yuxtaponerse $(\dot{+})$ y superponerse $(\dot{\times})$ para dar nuevas cosas. Yuxtaposición y superposición satisfacen la estructura de un álgebra de Boole.
- La cosa nula es una ficción igual a la superposición de todas las cosas.

Composición

- Dos cosas están separadas si no se superponen. Dos cosas no separadas se llaman unidas.

Composición

- Dos cosas están separadas si no se superponen. Dos cosas no separadas se llaman unidas.
- Sea T un conjunto de cosas. La agregación de T es el mayor objeto que puede formarse por yuxtaposición de los elementos de T.

Composición

- Dos cosas están separadas si no se superponen. Dos cosas no separadas se llaman unidas.
- Sea T un conjunto de cosas. La agregación de T es el mayor objeto que puede formarse por yuxtaposición de los elementos de T.
- El mundo $(\Box)$ es la agregación de todas las cosas.

Cosas básicas

- Todas las cosas están hechas de cosas básicas $x \in \Xi \subset \Theta$ por medio de yuxtaposición y superposición. Las cosas básicas son elementales o primitivas.

Propiedades

- Las cosas tienen propiedades substanciales, que pueden ser intrínsecas o relacionales.

Propiedades

- Las cosas tienen propiedades substanciales, que pueden ser intrínsecas o relacionales.
- Una propiedad $p \in P(x)$ de una cosa x se llama hereditaria si alguna de las componentes de x posee p

Propiedades

- Las cosas tienen propiedades substanciales, que pueden ser intrínsecas o relacionales.
- Una propiedad $p \in P(x)$ de una cosa x se llama hereditaria si alguna de las componentes de x posee p
- Una propiedad que no es hereditaria se llama emergente.

Estados

- El estado de una cosa x es el conjunto de valores de sus propiedades, respecto de un dominio de referencia M.

Estados

- El estado de una cosa x es el conjunto de valores de sus propiedades, respecto de un dominio de referencia M.
- El conjunto de estados accesibles de una cosa x es su espacio de estados legales $S_{\mathrm{L}}(x)$. El estado de una cosa se representa como un punto de $S_{\mathrm{L}}(x)$.

Ley

- Un enunciado de ley es una restricción sobre el espacio de estados de una clase dada de cosas. Una ley natural es una propiedad representada por un enunciado de ley.

Oscilador armónico

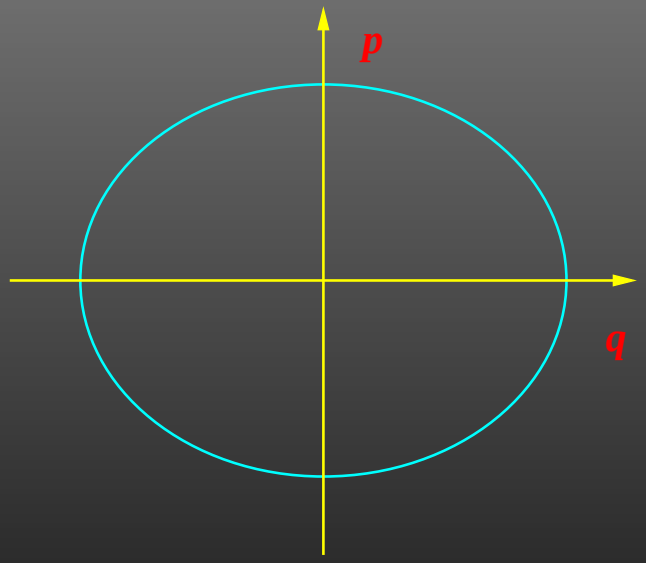

Figura 1: Espacio de estados de un oscilador armónico

Cambio

- Un cambio de una cosa x es un par ordenado de estados de x
  Un cambio se llama un evento, y el espacio $E_{\mathrm{L}}(x)$ se llama el espacio eventual de x.

Cambio

- Un cambio de una cosa x es un par ordenado de estados de x
  Un cambio se llama un evento, y el espacio $E_{\mathrm{L}}(x)$ se llama el espacio eventual de x.
- Un evento e_1 precede otro evento e_2 si se componen para dar $e_3 \in E_{\mathrm{L}}(x)$

Cambio

- Un cambio de una cosa x es un par ordenado de estados de x
  Un cambio se llama un evento, y el espacio $E_{\mathrm{L}}(x)$ se llama el espacio eventual de x.
- Un evento e_1 precede otro evento e_2 si se componen para dar $e_3 \in E_{\mathrm{L}}(x)$
- Un conjunto de cambios ordenados por la relación de precedencia se llama un proceso.

Acción

- La historia ontológica de una cosa x es una parte de $S_{\mathrm{L}}(x)$ función de los elementos de M.

Acción

- La historia ontológica de una cosa x es una parte de $S_{\mathrm{L}}(x)$ función de los elementos de M.
- Una cosa x actúa sobre otra y si la presencia de x altera la historia de y.

Acción

- La historia ontológica de una cosa x es una parte de $S_{\mathrm{L}}(x)$ función de los elementos de M.
- Una cosa x actúa sobre otra y si la presencia de x altera la historia de y.
- Dos cosas interactúan si cada una modifica la historia de la otra.

Referencia

- Una cosa x_{f} es un marco de referencia para x si y sólo si M es igual al espacio de estados de x_{f}, y no interactúan.

Energía

- Hay una única propiedad universal de las cosas materiales llamada energía tal que la energía de una cosa aislada no cambia en su historia ontológica.

Energía

- Hay una única propiedad universal de las cosas materiales llamada energía tal que la energía de una cosa aislada no cambia en su historia ontológica.
- Nota: Hay una única cosa cuya fuente es la energía: el campo gravitacional. Éste es el agente universal de interacción.

Energía

- Hay una única propiedad universal de las cosas materiales llamada energía tal que la energía de una cosa aislada no cambia en su historia ontológica.
- Nota: Hay una única cosa cuya fuente es la energía: el campo gravitacional. Éste es el agente universal de interacción.
- Nota: Todas las cosas están interconectadas, aunque sólo a través del campo gravitacional.

Cambio local

Axioma 1 (Existencia del orden temporal (o))
Para cada cosa básica concreta $x \in \Theta$ existe una única relación de orden entre sus estados $\leq$.

Axioma 2 (Denotación de orden temporal (s))
El espacio de estados legales de x está temporalmente ordenado por la relación $\leq$.

Cambio local

Axioma 3 (Existencia del orden temporal (o))
Para cada cosa básica concreta $x \in \Theta$ existe una única relación de orden entre sus estados $\leq$.

Axioma 4 (Denotación de orden temporal (s))
El espacio de estados legales de x está temporalmente ordenado por la relación $\leq$.

Cambio local (2)

Definición 1 (Historia propia) *Un conjunto totalmente ordenado por* $\leq$ *se llama la historia propia de* x.

Axioma 5 (Unicidad de la historia propia (o)) *Cada cosa tiene una y sólo una historia propia.*

Cambio local (2)

Definición 2 (Historia propia) *Un conjunto totalmente ordenado por* $\leq$ *se llama la historia propia de* x.

Axioma 6 (Unicidad de la historia propia (o)) *Cada cosa tiene una y sólo una historia propia.*

Continuidad

El axioma siguiente, una versión muy fuerte de la hipótesis de Heráclito Panta rhei, afirma que toda cosa cambia continuamente

Axioma 7 (Continuidad del cambio (o)) *Si el conjunto completo de estados de una historia propia se divide en dos subconjuntos* h_{p} *y* h_{f} *tal que cada estado en* h_{p} *precede temporalmente a cualquier estado en* h_{f}*, existe un único estado* s_0 *tal que* $s_1 \leq s_0 \leq s_2$*, donde* $s_1 \in h_{\mathrm{p}}$ *y* $s_2 \in h_{\mathrm{f}}$*.*

Tiempo local

Teorema 1 (Representación real) *Dado un cambio unitario* (s_0, s_1) *hay una biyección* $\mathcal{T} : h \leftrightarrow \Re$ *tal que*

(1) $$h_1 = \{s(\tau) \mid \tau \in \Re\}$$

(2) $$s_0 = s(0)$$

(3) $$s_1 = s(1)$$

La función $\mathcal{T}$ se llama tiempo local de x.

Tiempo y Devenir

La teoría previa del tiempo local tiene una consecuencia filosófica importante: el devenir, que usualmente se concibe como evolución en el tiempo, es más fundamental que el tiempo en esta teoría. Aquí el tiempo local se construye como una propiedad emergente de una cosa que cambia (es decir, que deviene).

Espacio

- En primer lugar, desarrollaremos la noción de simultaneidad.

Espacio

- En primer lugar, desarrollaremos la noción de simultaneidad.
- Definiremos después el espacio óntico.

Espacio

- En primer lugar, desarrollaremos la noción de simultaneidad.
- Definiremos después el espacio óntico.
- Después introduciremos la noción de Distancia óntica.

Espacio

- En primer lugar, desarrollaremos la noción de simultaneidad.
- Definiremos después el espacio óntico.
- Después introduciremos la noción de Distancia óntica.
- Introducimos la noción de Punto óntico.

Espacio

- En primer lugar, desarrollaremos la noción de simultaneidad.
- Definiremos después el espacio óntico.
- Después introduciremos la noción de Distancia óntica.
- Introducimos la noción de Punto óntico.
- Luego introducimos el espacio geométrico.

Espacio

- En primer lugar, desarrollaremos la noción de simultaneidad.
- Definiremos después el espacio óntico.
- Después introduciremos la noción de Distancia óntica.
- Introducimos la noción de Punto óntico.
- Luego introducimos el espacio geométrico.
- Y finalmente el espacio euclídeo.

Simultaneidad

- Intuitivamente, dos eventos son simultáneos si “ocurren al mismo tiempo”. Einstein observó que esta definición no se puede aplicar directamente a eventos distantes y retomó una vieja idea propuesta inicialmente por Galileo.

Simultaneidad

- Intuitivamente, dos eventos son simultáneos si “ocurren al mismo tiempo”. Einstein observó que esta definición no se puede aplicar directamente a eventos distantes y retomó una vieja idea propuesta inicialmente por Galileo.
- La relación que nos interesa es la acción refleja. La cosa x actúa sobre la cosa y y ésta reacciona y actúa sobre x.

Simultaneidad (2)

- La “reflexión” tarda un tiempo finito en ser recibida, y los instantes locales correspondientes en τ_y^0 y en $(1/2)(\tau_x^1 + \tau_x^0)$ se definen como simultáneos.

Acción refleja

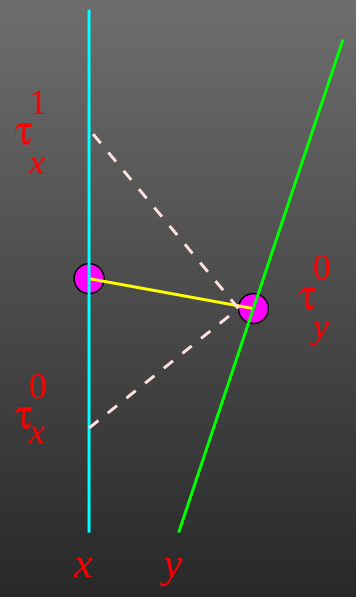

Figura 2: Esquema de una acción refleja

Interacción Universal

Además hay un segundo hecho importante: observación y experimento sugieren que la gravitación, cuya fuente es la energía, es una interacción universal. Enunciemos, pues, esta hipótesis en forma axiomática. Primero enunciamos

Axioma 8 (Interacción universal (o))
Cualquier par de cosas básicas interactúa.

Interacción Universal (2)

Este axioma sumamente fuerte afirma no sólo que no hay cosas completamente aisladas sino que todas las cosas están interconectadas (aunque sólo a través del campo gravitacional).

Velocidad finita

Ahora consideremos el intervalo $(\tau_x^1 - \tau_x^0)$. La relatividad especial sugiere que es no nulo, ya que toda acción se propaga con rapidez finita. Enunciamos entonces

Axioma 9 (“Axioma de velocidad finita” (o)) *Dadas dos cosas básicas diferentes y separadas x e y, hay una cota inferior mínima para el intervalo $(\tau_x^1 - \tau_x^0)$, definido por la acción refleja.*

Simultaneidad (3)

Ahora podemos definir

Definición 3 (Simultaneidad) τ_y^0 *es simultánea con* $\tau_x^{1/2} =_{\mathrm{Df}} (1/2)(\tau_x^1 + \tau_x^0)$.

Espacio óntico

La relación de simultaneidad es reflexiva y simétrica, pero en general no es transitiva. Pero si suponemos

Axioma 10 (Sincronizabilidad (f)) *Dado un conjunto de cosas básicas separadas* $\{x_i\}$ *hay una asignación de tiempos locales* τ_i *tales que la relación de simultaneidad es transitiva.*

podemos definir

Espacio óntico (2)

Definición 4 (Espacio óntico) *La clase de equivalencia de estados definidos por la relación de simultaneidad sobre el conjunto de cosas* Θ *es el espacio óntico* E_{O}.

Teorema 2 (Uniformidad) E_{O} *es un espacio uniforme.*

Teorema 3 (Topología) E_{O} *es un espacio topológico.*

Lugares

El espacio óntico puede llamarse espacio filosófico: es suficiente para muchas aplicaciones en fiolosfía.
En el espacio óntico hay

- Lugares: (Conjuntos abiertos de la topología).

Lugares

El espacio óntico puede llamarse espacio filosófico: es suficiente para muchas aplicaciones en fiolosfía.
En el espacio óntico hay

- Lugares: (Conjuntos abiertos de la topología).
- Proximidades: (Elementos de la uniformidad).

Lugares

El espacio óntico puede llamarse espacio filosófico: es suficiente para muchas aplicaciones en fiolosfía.
En el espacio óntico hay

- Lugares: (Conjuntos abiertos de la topología).
- Proximidades: (Elementos de la uniformidad).
- Sucesiones de Cauchy: (Uniformidades encajadas)

Limitaciones

Pero en el espacio óntico no hay

- Distancias

necesarios para definir el espacio físico.

Limitaciones

Pero en el espacio óntico no hay

- Distancias
- Superficies

necesarios para definir el espacio físico.

Limitaciones

Pero en el espacio óntico no hay

- Distancias
- Superficies
- Volúmenes

necesarios para definir el espacio físico.

Limitaciones

Pero en el espacio óntico no hay

- Distancias
- Superficies
- Volúmenes
- Ángulos

necesarios para definir el espacio físico.

Relojes

La noción de simultaneidad permite el análisis de la noción de reloj.

Definición 5 (Reloj) *Una cosa* $y \in \Theta$ *es un reloj para la cosa* x *si existe una función inyectiva* $\psi : S_{\mathrm{L}}(y) \to S_{\mathrm{L}}(x)$, *tal que* $\tau < \tau' \Rightarrow \psi(\tau) < \psi(\tau')$.

es decir, el tiempo propio del reloj crece de la misma manera que el tiempo de la cosa x.

Tiempo Universal

Otro concepto mucho más importante puede analizarse de la misma manera:

Definición 6 (Tiempo universal) *El tiempo universal es el tiempo propio de una cosa de referencia que es también un reloj.*

De esta definición se ve que el tiempo universal depende del marco de referencia, de acuerdo con los resultados de Relatividad Especial.

Velocidad de la luz

Definiremos distancias imitando la forma en que se hace en Relatividad General: la distancia entre dos eventos simultáneos es igual al tiempo que tarda la luz para viajar entre ellos multiplicado por la velocidad de la luz. Pero ¡ay!: no tenemos espacio todavía y mucho menos electromagnetismo u óptica. Debemos flanquear el problema de algún modo.

Velocidad de la luz (2)

Para hacerlo, introduciremos c con un axioma

Axioma 11 (“Velocidad de la luz” (f)) c *es una constante (sin interpretar) con unidades adecuadas.*

Distancia óntica

Ahora consideremos la relación de acción refleja. Definiremos primero

Definición 7 (Distancia óntica) *La distancia óntica entre los estados simultáneos en* τ_y^0 *y* $\tau_x^{1/2}$ *es la función*

$$d(x,y) = \frac{c}{2} \mid \tau_x^1 - \tau_x^0 \mid$$

Distancia óntica (2)

Todavía no sabemos si $d(x, y)$ es una distancia (¡Solo le hemos dado un nombre!). Así que enunciamos

Axioma 12 (Seudometricidad (m)) *La función* $d(x, y)$ *es una seudométrica sobre el espacio óntico* E_{O}.

Punto óntico (D)

Para construir el espacio geométrico debemos introducir constructos puntiformes.

Definición 8 (Punto óntico) *Sea $\xi \subset \Theta$ una familia de cosas. Diremos que ξ es una familia completa de cosas unidas si satisface:*

1. *Cualquier par de cosas de ξ están unidas.*
2. *Para cualquier $x \notin \xi$ hay un $y \in \xi$ separado de x.*

Punto óntico

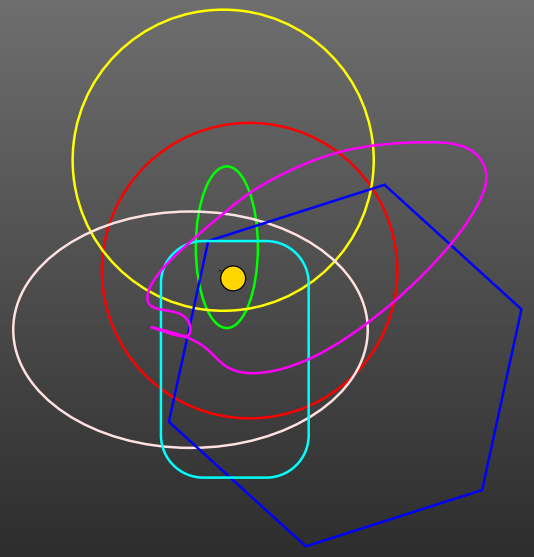

Figura 3: Esquema de un punto óntico

Distancia entre puntos ónticos

Definimos ahora la distancia entre puntos ónticos:

Definición 9 (Distancia entre puntos ónticos) *Sean ξ, η dos puntos ónticos. La distancia entre puntos ónticos es*

$$d_{\mathrm{G}}(\xi, \eta) = \sup_{(i,j)} d(x_i, y_j)$$

Distancia geométrica

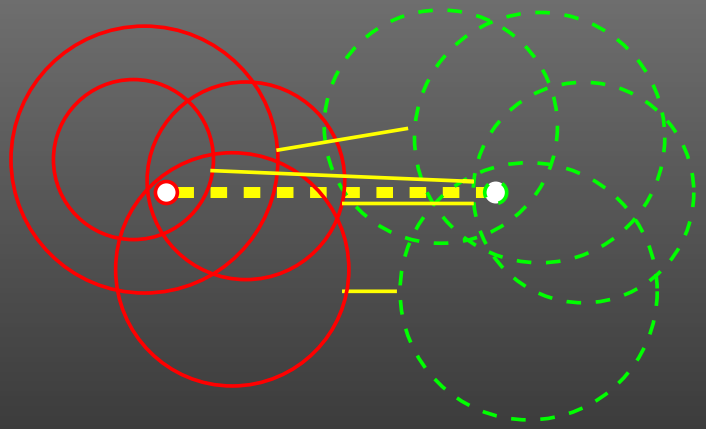

Figura 4: Construcción de la distancia entre puntos ónticos.

Espacio euclídeo

Definimos

Definición 10 (Espacio geométrico) *La completición del espacio óntico es el espacio geométrico* E_G.

y postulamos

Axioma 13 (Estructura euclídea (f)) *El espacio geométrico satisface los axiomas de distancia euclídea de Blumenthal.*

Axiomas de Bluhmental

Una descripción informal de los axiomas de Blumenthal es la siguiente

2 y 3: Hay al menos tres puntos alineados.

5': Hay tres puntos no alineados.

6': Hay cuatro puntos no coplanares.

7: No hay una cuarta dimensión.

La formulación exacta de estos axiomas usa sólo la noción de distancia.

Euclidicidad

Se prueba entonces

Teorema 4 (Euclidicidad) *El espacio* E_{G} *es euclídeo.*

Plenitud

Puesto que el espacio óntico E_{O} es denso en el espacio geométrico E_{G} deducimos el

Teorema 5 (Aristóteles-Leibnitz) *El espacio óntico es un plenum.*

Hay cosas concretas por todas partes.

Plenitud (2)

Este teorema está, pese a las apariencias, de acuerdo con la física moderna. Pues la hipótesis de un plenum, introducida por Aristóteles y más tarde apoyada por Leibnitz, ha sido confirmada por la Física Cuántica, donde conduce a la predicción de un sinnúmero de fenómenos en el vacío, tal como el efecto Casimir, en buen acuerdo con la observación.

Estructura geométrica

Las esferas definidas por la ecuación

$$c^2(t_y - t_x)^2 = d^2(x, y) \tag{4}$$

determinan una estructura geométrica sobre $E_G \times T_U$. Enunciamos

Axioma 14 (Relatividad (o)) *Los conos de acción definidos por la ecuación anterior son independientes de la cosa de referencia x_f.*

Espacio-tiempo

En la forma usual se demuestra

Teorema 6 (Estructura minkowskiana)
$E_G \times T_U$ *tiene estructura Minkowskiana.*

Para completar, falta un axioma de interpretación

Axioma 15 (Espaciotiempo (s)) $E_G \times T_U$ *representa el espacio-tiempo físico*

Conclusiones

En la presente teoría:

- El espacio-tiempo se construye usando conceptos generales comunes a toda teoría científica consistente.

Conclusiones

En la presente teoría:

- El espacio-tiempo se construye usando conceptos generales comunes a toda teoría científica consistente.
- Las hipótesis particulares usadas en la construcción se tomaron de hechos científicos bien corroborados.

Conclusiones (2)

- Y el espacio-tiempo se interpreta en un sentido estrictamente materialista y Leibnitziano: es un orden de coexistentes materiales sucesivos.

Conclusiones (2)

- Y el espacio-tiempo se interpreta en un sentido estrictamente materialista y Leibnitziano: es un orden de coexistentes materiales sucesivos.
- El espacio-tiempo no es una cosa sino una propiedad sustancial del mayor sistema de cosas, el mundo □, que emerge del conjunto de propiedades relacionales de las cosas básicas.